**Laboratorio de Tratamiento Digital de Señales**

**Curso 2016-2017. Sesión 5**

**La DFT. Aplicación al análisis espectral determinista**

En esta práctica se ilustran los conceptos básicos del tema 4 de la asignatura de Tratamiento Digital de Señales:

* Muestreo de la Transformada de Fourier con la DFT
* Análisis espectral determinista

# 1. Muestreo de la transformada de Fourier

Considere el pulso cuadrado discreto definido de la siguiente forma:



Su transformada de Fourier viene dada por la fórmula:



1.  es una función continua de , de periodo. Si queremos trabajar con  de forma práctica tendremos que muestrearla. Según se ha visto en las clases teóricas, tenemos que tomar, al menos, tantas muestras de  como muestras tiene . Por tanto, muestrearemos  en el conjunto de frecuencias



Calcule y dibuje el módulo y fase de las muestras de  en el periodo , para .

1. Aunque el muestreo del apartado anterior es suficiente para la representación de , un sobre muestreo permite ver y calcular con mayor detalle las características de . Repita el apartado anterior pero tomando muestras, en el conjunto de frecuencias .
2. La secuencia  del apartado 1.1 se denomina “ventana rectangular”. Otra ventana muy usada en el tratamiento digital de señales es la “ventana de Hamming”:



La transformada de Fourier de la ventana de Hamming es:



Repita los cálculos del apartado 1.1 para esta nueva ventana.

1. Repita el apartado 1.2 para esta nueva ventana.

# 2. Cálculo de las muestras de una transformada de Fourier con la DFT

Dada una secuencia de duración finita 



las muestras de su transformada de Fourier en el conjunto de frecuencias  vienen dadas por la fórmula



Esta fórmula se corresponde con la ecuación de análisis de la DFT. En el entorno MATLAB la DFT se calcula con el comando fft(. . .), que implementa uno de los algoritmos rápidos de cálculo de la DFT.

1. Repita los cálculos del apartado 1.1 usando el comando fft(. . .).
2. El sobre muestreo en frecuencia se calcula especificando una longitud para la DFT mayor que la duración de la señal, mediante el comando fft(x,M). El rellenado con ceros (“zero padding”) lo realiza automáticamente el comando fft(. . .). Repita el apartado 1.2 usando el comando fft(x,M).
3. Repita los cálculos del apartado 1.3 usando el comando fft(. . .).
4. Repita los cálculos del apartado 1.4 usando el comando fft(. . .).

# 3. El comando MATLAB fftshift(. . .)

En los apartados anteriores hemos calculado las muestras de la transformada de Fourier en el periodo . A menudo es más conveniente trabajar con el periodo . Dado que la DFT trabaja en el periodo , es necesario efectuar una traslación de las muestras del semiperiodo  al semiperiodo . Esta traslación “especial” la realiza el comando fftshift(. . .). También sería necesario un desplazamiento del eje de frecuencias dado por la fórmula .

**3.1** Repita los cálculos del apartado 2.2, pero trabajando en el intervalo de frecuencias . Dibuje una línea horizontal sobre el módulo de la transformada situada 3 dB por debajo del máximo del lóbulo principal. Calcule, con ginput, el ancho de banda del lóbulo principal (criterio 3 dB) y la atenuación del lóbulo secundario.

**3.2** Repita los cálculos del apartado 2.4, según se expone en el apartado anterior.

El eje de frecuencias entre  se calcula con

wk=2\*pi\*(0:M-1)/M – pi

# 4. Transformada de Fourier de una señal senoidal.

Considere la señal .

1. Calcule 1000 muestras de la transformada de Fourier de la señal  en el intervalo de frecuencias , siendo  una ventana rectangular de longitud. Dibuje el módulo, en dBs, de las muestras calculadas. Mida el máximo del módulo de la transformada (en el semieje positivo) y compruebe que está en la frecuencia  y su amplitud verifica la fórmula  ( es la amplitud del coseno).
2. Repita el apartado anterior empleando una ventana de Hamming. En este caso compruebe que la amplitud medida verifica la fórmula .

**Espectro de un coseno “enventanado”**



# 5. Transformada de Fourier de una señal exponencial.

Considere la señal .

1. Calcule y dibuje (el módulo en dBs) las muestras de la transformada de Fourier de la señal  en el intervalo de frecuencias , siendo  una ventana rectangular de longitud . Mida el máximo del módulo de la transformada y compruebe que está en la frecuencia  y su amplitud verifica la fórmula.
2. Repita el apartado anterior empleando una ventana de Hamming. En este caso compruebe que la amplitud medida verifica la fórmula .

# 6. Análisis espectral (caso determinista) con la DFT.

Considere que



es la salida de un sensor que mide la emisión de fuentes de señales de tipo cosenoidal con amplitudes  y frecuencias  Hz. Se sabe que las frecuencias  son inferiores a 10 KHz, por lo que la señal  se ha muestreado con una frecuencia de muestreo , obteniéndose una señal  de duración . La señal  se encuentra en el fichero x1.mat, almacenado en el servidor del laboratorio.

El objetivo de este ejercicio es determinar , el número de componentes cosenoidales de , y los pares . Para ello deberá calcular el espectro de  con diferentes ventanas y medir los máximos que puedan corresponder con componentes cosenoidales.

1. **Ventana rectangular**

Aplique una ventana rectangular a los datos . Calcule y dibuje el módulo de una DFT de orden  de los datos enventanados. Dado que la señal es real, descarte las muestras de la DFT correspondientes al semiperiodo  y trabaje en el semieje de frecuencias . Además, emplee un eje de frecuencias en Hz para facilitar la medida de las frecuencias. Para ello considere la correspondencia entre frecuencias discretas – frecuencias analógicas a través del muestreo:



Por tanto, debe trabajar con los valores de la DFT correspondientes a los índices  y con el eje de frecuencias (analógicas) .

Con el comando [. . .]=ginput puede calcular fácilmente los pares  de las componentes cosenoidales que usted crea que contiene . Considere que para que dos máximos consecutivos se correspondan con dos componentes cosenoidales debe existir un valle entre ellos de al menos 2 dB de profundidad.

1. **Ventana de Hamming**

Aplique una ventana de Hamming a los datos  y repita los cálculos del apartado anterior.

1. **Componentes espectrales**

Combine los resultados de los apartados 6.1 y 6.2 y decida cuál es el conjunto de componentes cosenoidales de la señal .

**Comentario.** Es conveniente representar los espectros (con ventana rectangular y con ventana de Hamming) en la misma ventana gráfica y con subplot(211x). Así dispòndrá de una visión de conjunto de las posibles componentes de la señal.

# 7. Otro ejemplo de Análisis espectral con la DFT.

En el fichero x2.mat, que encontrará en el servidor del laboratorio, se encuentran muestras de una señal



con ancho de banda inferior a 500 Hz; la frecuencia de muestreo es. Se pide que calcule .

# 8. Otro ejemplo de Análisis espectral con la DFT.

En el fichero x3.mat, almacenado en el servidor del laboratorio, se encuentran muestras de una señal



con ancho de banda inferior a 10000 Hz y que se ha muestreado con . Se pide que calcule  y los presente por pantalla con un formato adecuado. El error en la medida de las frecuencias, causado por el efecto de muestreo de la transformada de Fourier, debe ser inferior o igual a 1 Hz.

Para el análisis espectral emplee una ventana con anchura del lóbulo principal pequeña y otra ventana con lóbulos secundarios muy atenuados. Puede utilizar el comando kaiser(. . .) de MATLAB (ensaye diferentes valores del parámetro beta) para generar la segunda ventana.

Teniendo en cuenta que la señal es compleja los espectros se tienen que representar en el intervalo de frecuencias . En MATLAB

ejeF=Fs/M\*(0:M-1)-Fs/2